哈尔滨工业大学深圳研究生院

2017年 秋 季学期期末考试试卷

HIT Shenzhen Graduate School Examination Paper

**Course Name: 矩阵分析 Lecturer: 严质彬**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Question** | **One** | **Two** | **Three** | **Four** | **Five** | **Six** | **Seven** | **Eight** | **Nine** | **Ten** | **Total** |
| **Mark** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

一、 (20分) 表示所有次数小于4的实系数多项式的集合, 它是上的向量空间(以多项式为"向量"). (1). 写出一般向量空间基的定义; (2). 证明向量组



是的一个基; (3). 写处线性映射的定义; (4). 定义映射如下:

,

证明是线性映射; (5). 写出线性映射的矩阵表示的定义; (6). 求(4)中定义的线性映射在入口基和出口基都选为(2)中给出的基时的矩阵表示.

二、(20分) (1). 表示实数域上所有矩阵的集合. 设, 写出与等价的定义;

(2). 设, 这里



求可逆矩阵使得经变量代换后, 和之间的关系是"解耦的": 即只依赖于, 只依赖于,...... 这里

, .

(3). 设, 写出的不变子空间的定义; (4) 设



求出的所有一维不变子空间.

三、(10分) (1). 什么是矩阵的行列式因子和不变因子? (2). 什么是单位模阵? (3). 求矩阵



的Smith标准型.

四、(10分) (1). 写出两个矩阵相似的定义; (2). 写出矩阵相似的三个等价条件; (3). 求复数域上的矩阵



的Jordan标准型.

五、(10分) (1). 设是实数域上的线性空间. 写出上的内积的定义; (2). 设是实内积空间, 是中的一个向量组, 写出该向量组的Gram矩阵的定义; (3). 写出并证明实内积空间中的Cauchy-Schwartz不等式.

六、(10分) (1). 写出矩阵的正交-三角分解定理; (2). 求矩阵



的正交-三角分解.

七、(10) (1). 什么是正规矩阵? (2). 写出关于正规矩阵的Schur定理; (3). 证明Hermite矩阵的特征值都是实数.

八、(10分) (1). 什么是矩阵的奇异值分解? (2) 定义映射如下

,

证明单位圆周



在映射下的像是椭圆, 并求出该椭圆的长半轴和短半轴.